SISTEMI DI CORPI RIGIDI

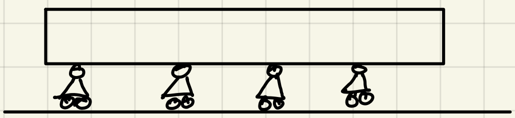
08/03/2022

CINEMATISMO DI CORPI RIGIDI COLLEGATI TRA LORO DA VINCOLI
ESSI SI MUOVONO IN MODO "COORDINATO"

SIANO DUNQUE DATI n_{CR} CORPI E n_v VINCOLI, IL NUMERO DI gdl DEL SISTEMA È PARI A:

$$n_{gdl} = \underset{\text{NUM DI CORPI RIGIDI}}{n_{CR}} \cdot \underset{\text{gdl CORPO RIGIDO}}{3} - \Big[\underbrace{n_C \cdot 1}_{\text{CARRELLI}} + \underbrace{(n_P + n_{CERN}) \cdot 2}_{\text{PATTINI E CERNIERE}} + \underbrace{n_{INC} \cdot 3}_{\text{INCASTRI}}\Big]$$

VALE SSE NON HO VINCOLI RIDONDANTI:

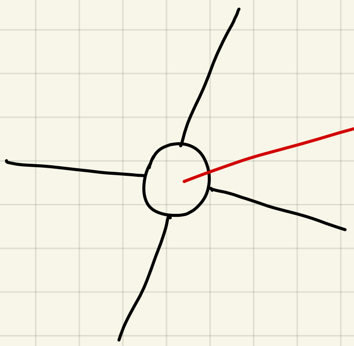


HO 4 CARRELLI, MA NON VUOL DIRE CHE RIMARRÒ CON MENO gdl!

I PRIMI DUE BLOCCANO TRASLAZIONE VERTICALE E ROTAZIONE: DAL TERZO IN AVANTI SONO RIDONDANTI

$$n_{gdl} = 3 - 2 = 1$$

NON VALE POI SE UN VINCOLO È APPLICATO TRA PIÙ DI DUE CORPI (QUINDI VOGLIO SOLO DUE CORPI TRA LORO O VERSO TERRA)



→ CERNIERA VERSO TANTE ASTE

DISTINGUIAMO TRE CASI: (SIA DATA VALIDO IL CALCOLO)

$$n_{gdl} = \begin{cases} > 0 & \text{SISTEMA IPOSTATICO (SI PUÒ MUOVERE)} \\ = 0 & \text{STRUTTURA ISOSTATICA (NON HA POSSIBILITÀ DI MUOVERSI)} \\ < 0 & \text{STRUTTURA IPERSTATICA } (v > n_{gdl}) \end{cases}$$

- > 0 SISTEMA IPOSTATICO (SI PUÒ MUOVERE) (RAPPRESENTA IL NUMERO DI DATI INDIPENDENTI) DETTE ANCHE "MECCANISMI": SISTEMA I CUI VINCOLI SONO PENSATI PER UNA CERTA APPLICAZ.
- $= 0$ STRUTTURA ISOSTATICA (NON HA POSSIBILITÀ DI MUOVERSI)
- < 0 STRUTTURA IPERSTATICA ($v > n_{gdl}$) ("SOVRA VINCOLATA") → NON LE TRATTEREMO

IN STATICA, QUESTE DUE STRUTTURE SONO MOLTO DIFFERENTI, PER LA CINEMATICA NO!

CONSIDERIAMO I MECCANISMI

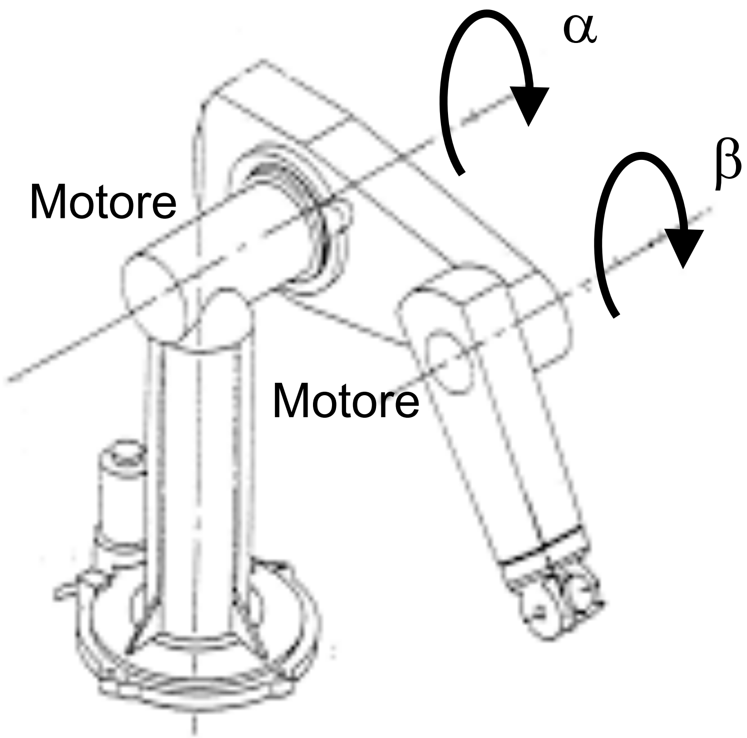
CATENE CINEMATICHE (APERTE / CHIUSE)

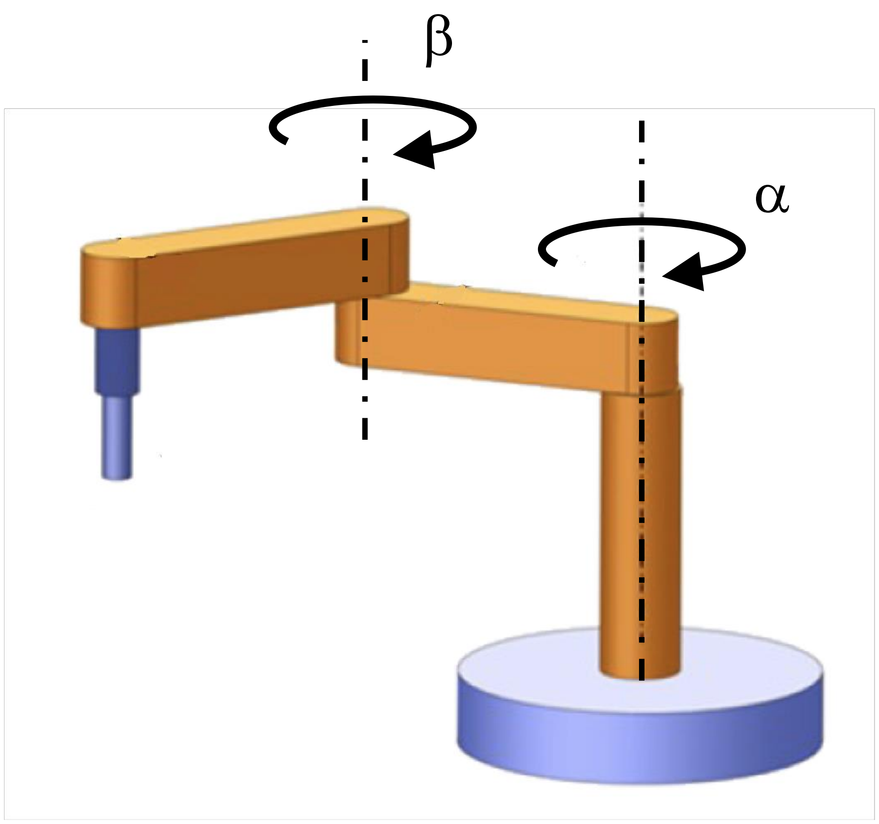
- APERTE: HO n CORPI RIGIDI, IL CORPO RIGIDO i-ESIMO È VINCOLATO AL $i-1$ ESIMO E ALL' $i+1$ ESIMO (SE ESISTE) (COLLEGATO A TERRA SOLO DAL PRIMO CR)
  HO UNA CATENA:
  $$i-1 \leftarrow i \rightarrow i+1$$
  (APERTA PERCHÉ L'ULTIMO È IN GRADO DI MUOVERSI ALL'ESTREMITÀ)
  TIPICAMENTE $N_{gdl} > 1$
- CHIUSE: L'i-ESIMO CORPO RIGIDO PUÒ ESSERE COLLEGATO A QUALUNQUE ALTRO (O A TERRA)
  TIPICAMENTE $N_{gdl} = 1$

ESEMPI: SLIDE IN SEGUITO

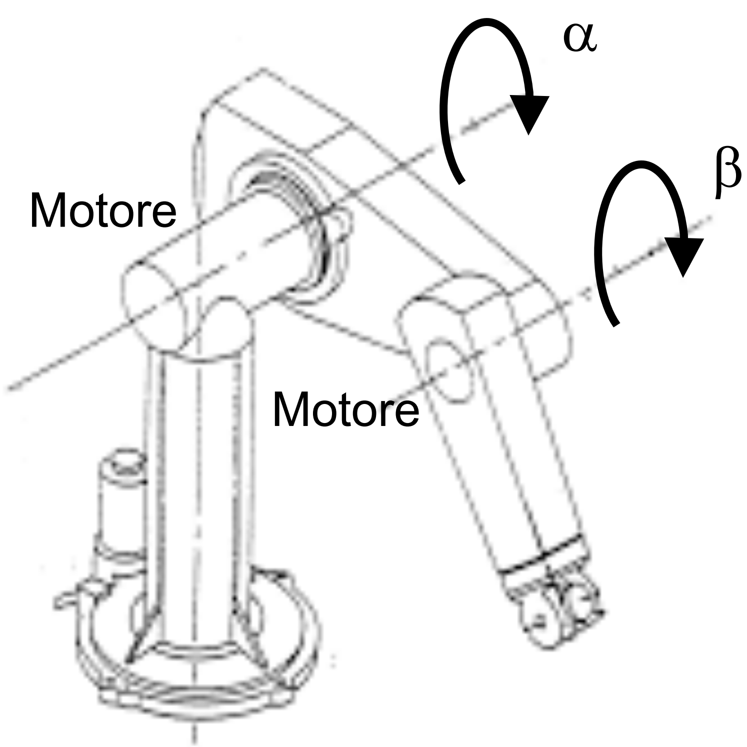
Catene cinematiche aperte
Manipolatore SCARA

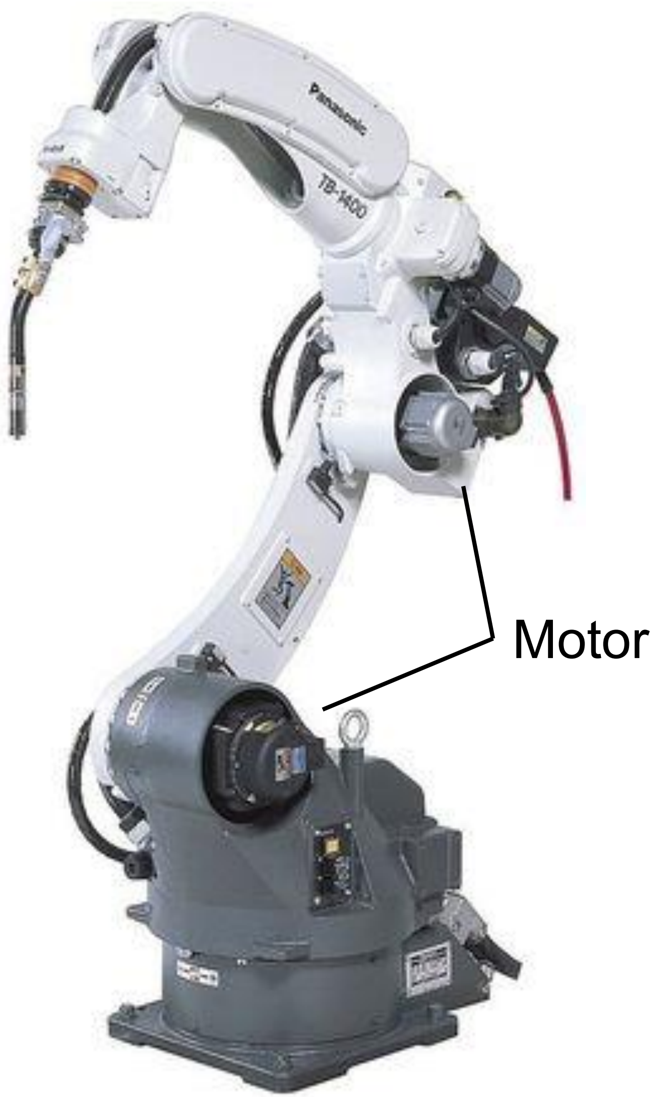
Manipolatore a 2 gdl (SCARA)



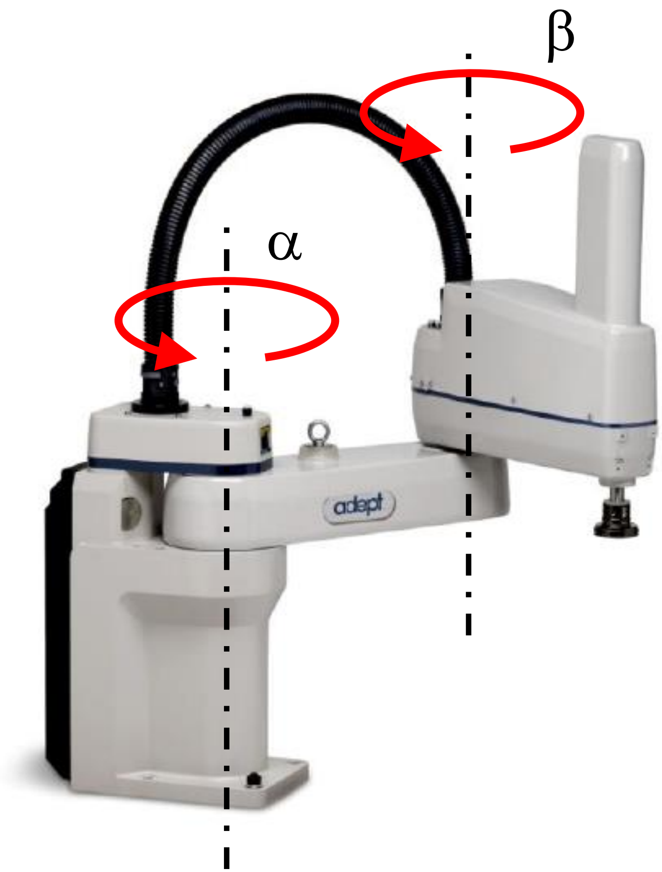


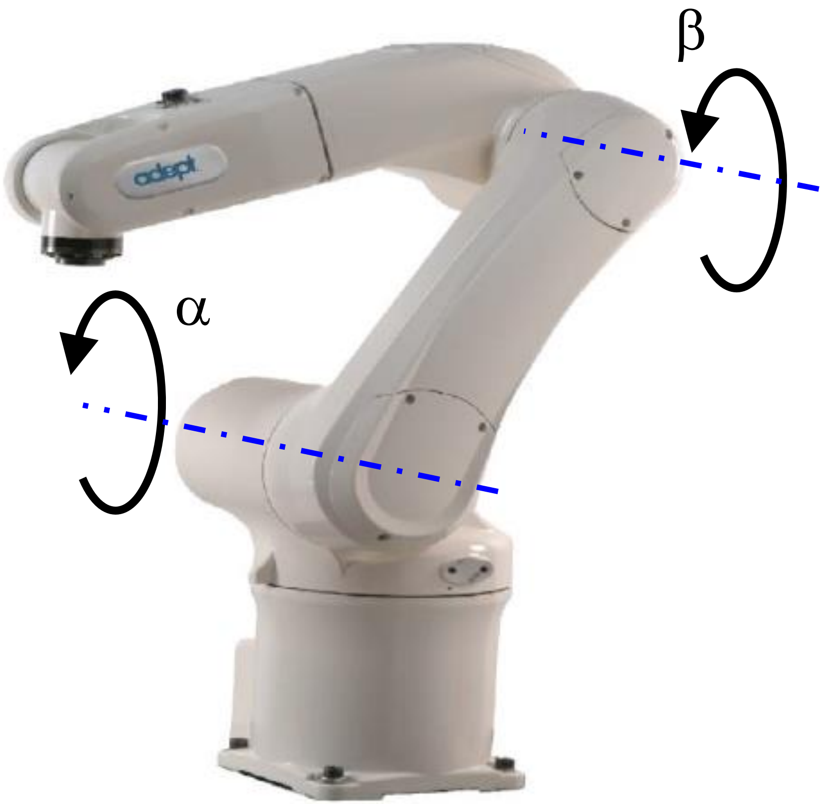
Manipolatore a 2 gdl (SCARA)



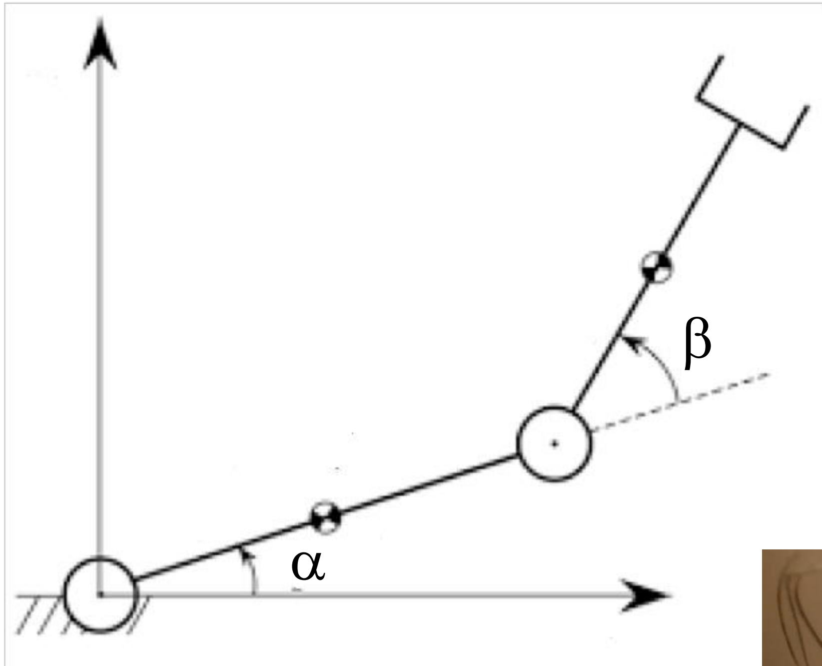


Manipolatore a 2 gdl (SCARA)

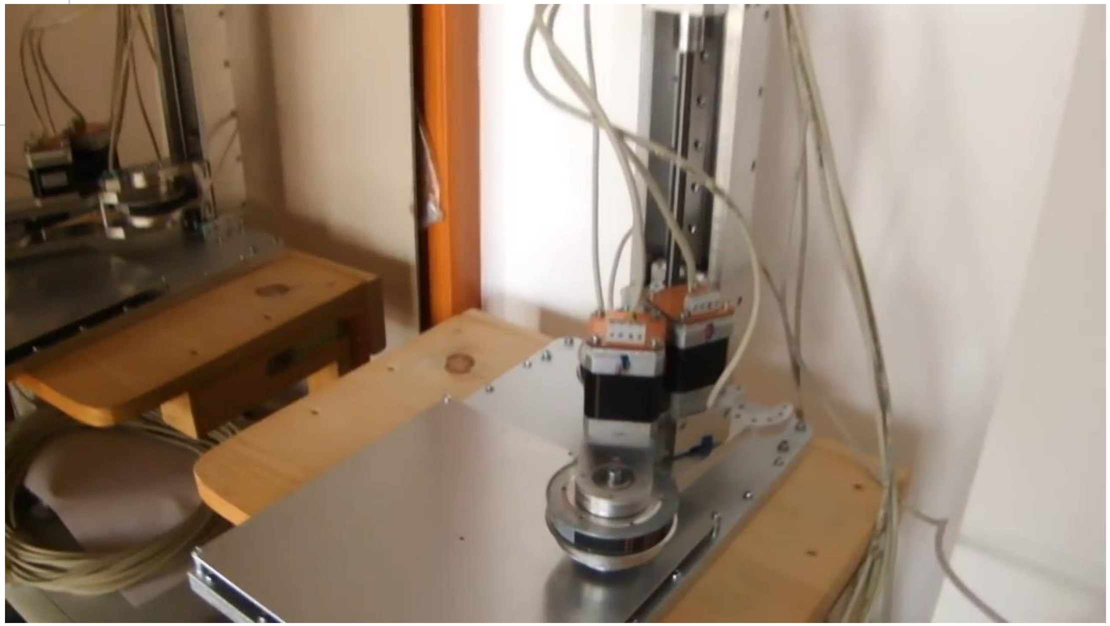




Manipolatore a 2 gdl (SCARA)



https://www.youtube.com/watch?v=l31-OEQNY0A

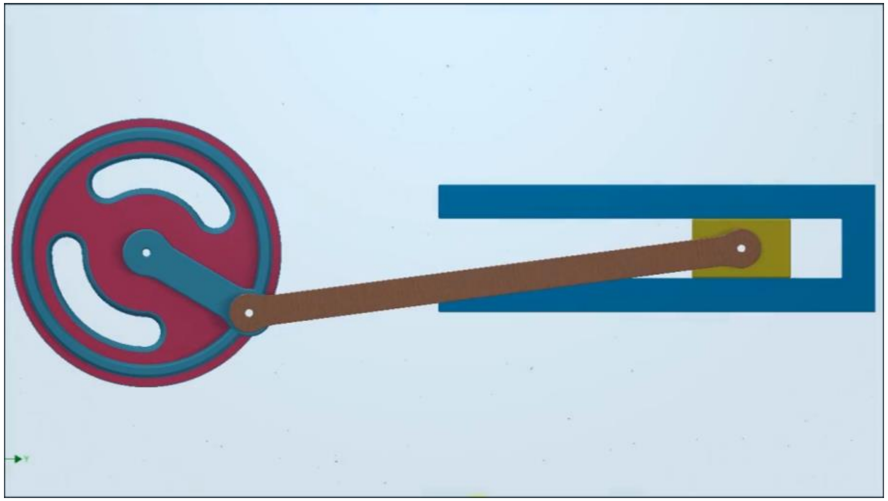


Manipolatore a 3 gdl (SCARA)

https://www.youtube.com/watch?v=w3wPm4FZurw&t=25s

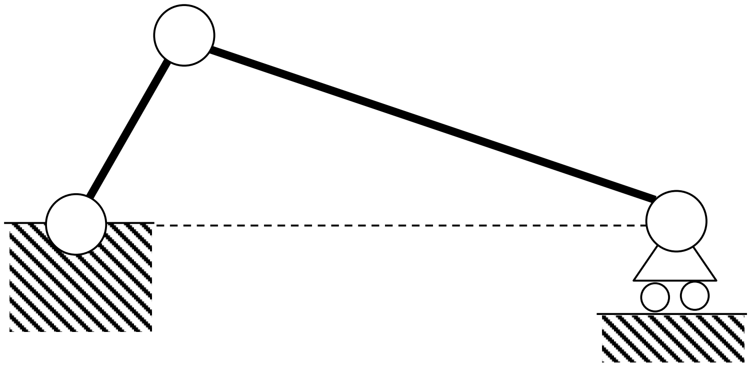
Catene cinematiche chiuse

Manovellismo ordinario



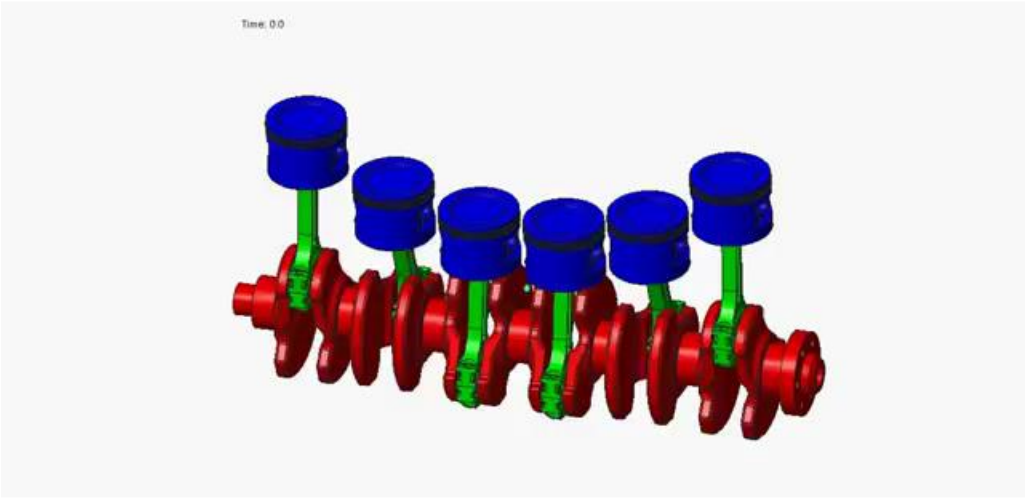
https://www.youtube.com/watch?v=ZO8QEG4x0wY

Manovellismo ordinario centrato

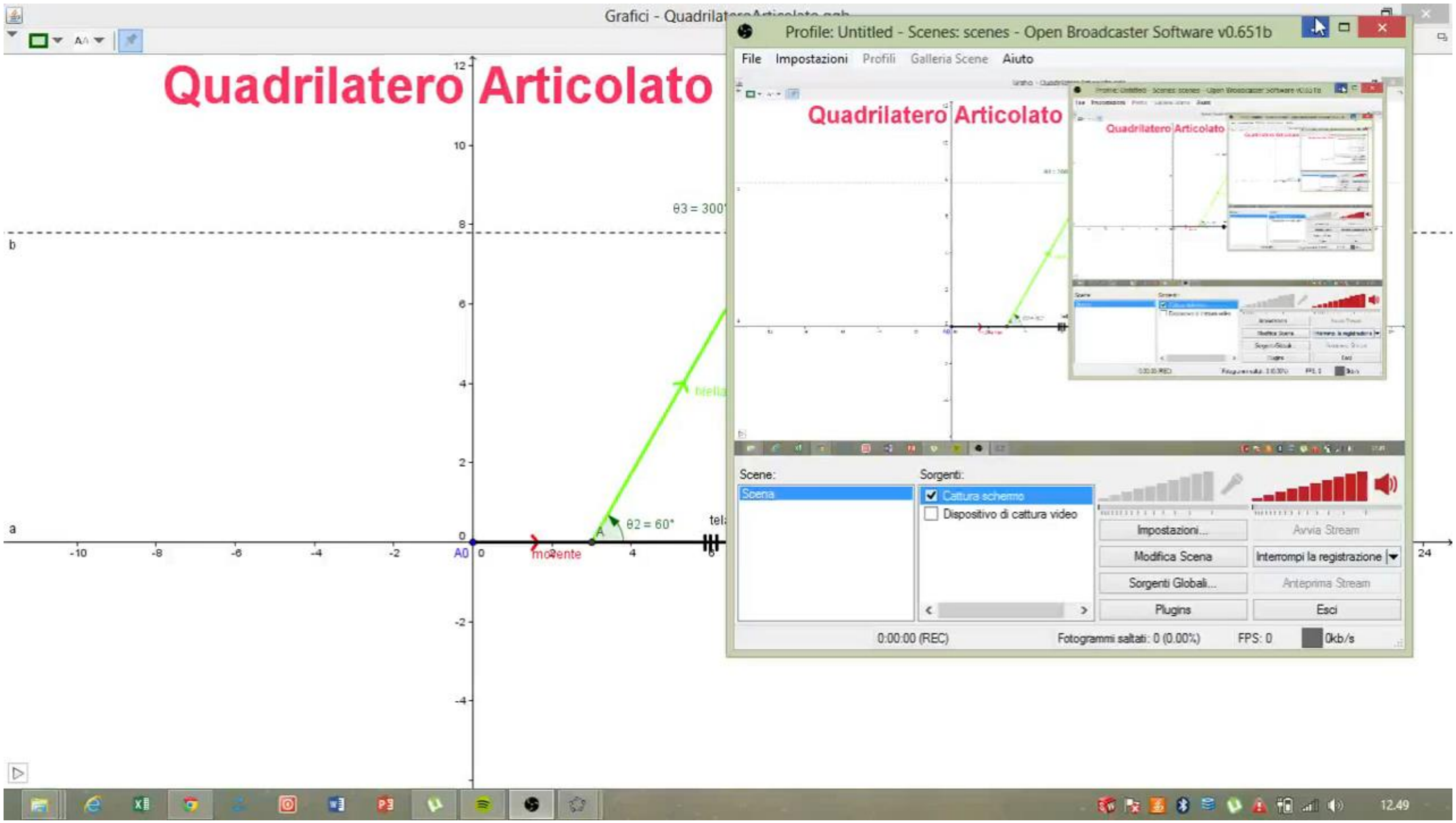


Il manovellismo ordinario è utilizzato:

- nei motori a combustione interna
- nei compressori
- etc.



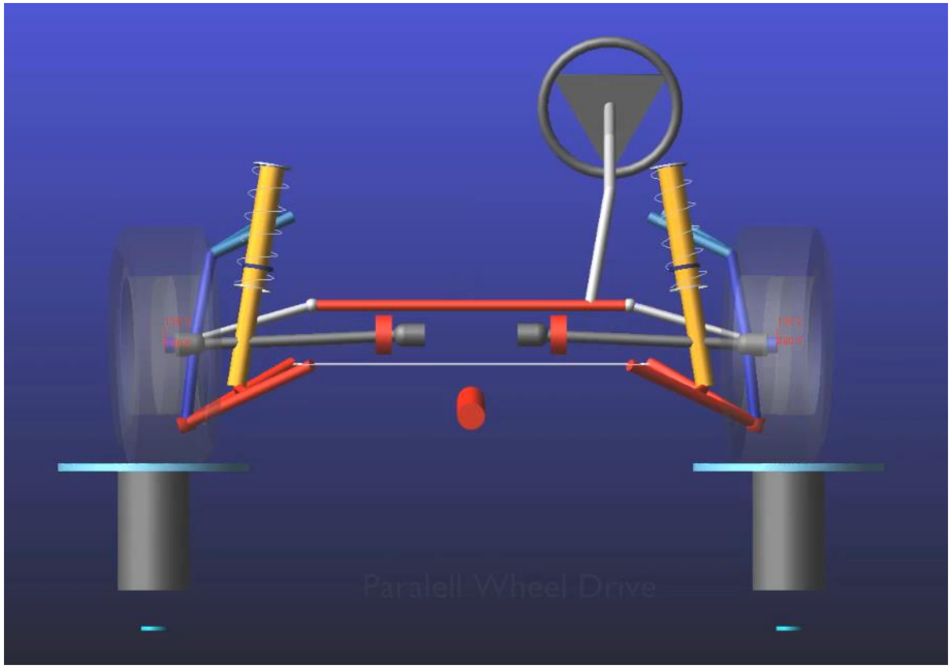
Quadrilatero articolato

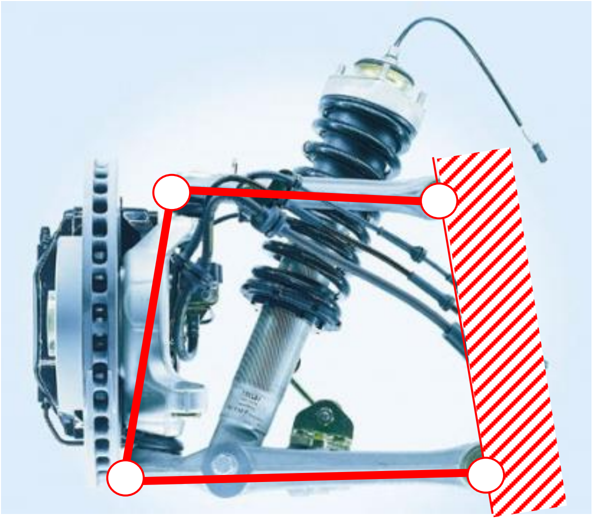


https://www.youtube.com/watch?v=960wUOp-iEU

Quadrilatero articolato

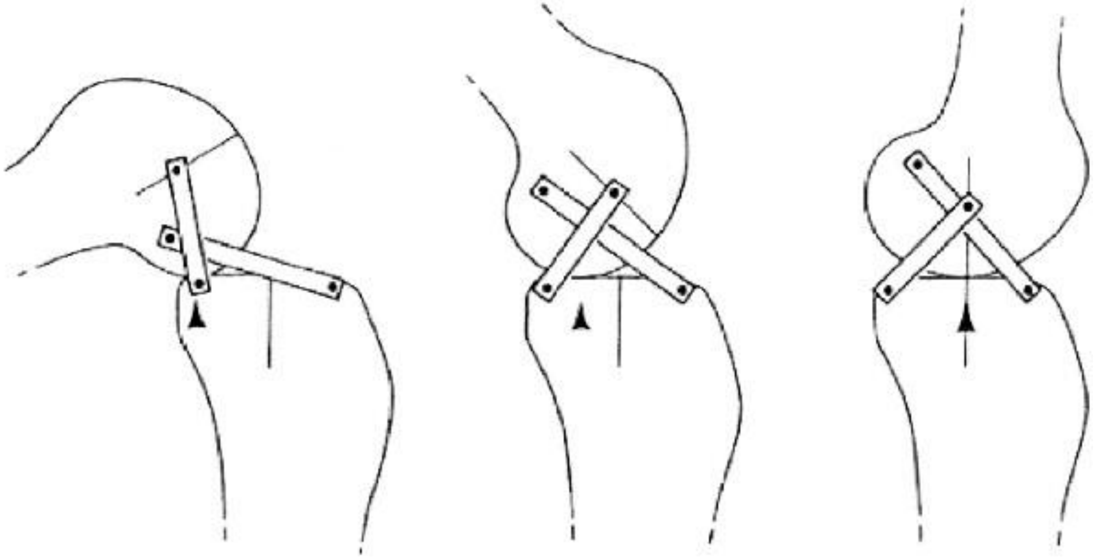
Il quadrilatero articolato è utilizzato in molte applicazioni, ad es. le sospensioni automobilistiche (sospensione push-rod)





Quadrilatero articolato

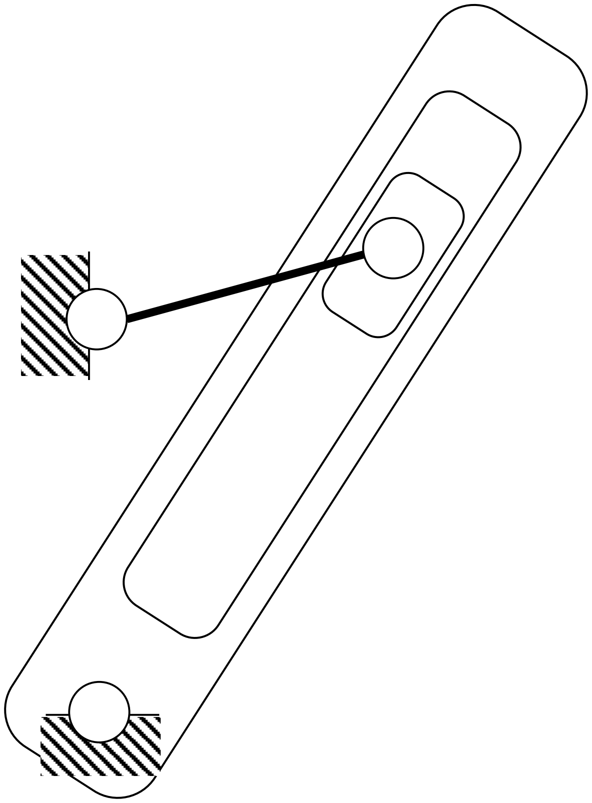
Legamento crociato del ginocchio



Glifo

https://www.youtube.com/watch?v=s3G3au-EyAQ&t=58s

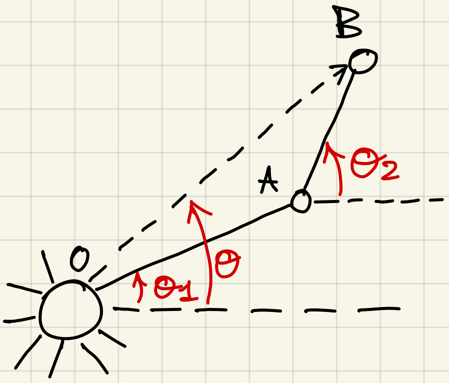
Glifo oscillante



Il glifo oscillante è utilizzato in meccanismi a ritorno rapido, macchine utensili, etc.

Esempio

ES: (SCARA)



$$(B-O)=(A-O)+(B-A)$$

$$\overline{BO}e^{i\theta}=\overline{AO}e^{i\theta_1}+\overline{AB}e^{i\theta_2}$$

$$\begin{cases} B_x=\overline{AO}\cos\theta_1+AB\cos\theta_2 \\ B_y=\overline{AO}\sin\theta_1+AB\sin\theta_2 \end{cases}$$

2gdl DA TROVARE

RISOLVO IL SISTEMA IN BASE ALLE NECESSITÀ E I DATI NOTI

PASSIAMO ALLA VELOCITÀ:
ABBIAMO VARI MODI:

$$\dot{\overline{BO}}e^{i\theta}+\overline{BO}\,\dot{\theta}\,e^{i(\theta+\frac{\pi}{2})}=\overline{AO}\,\dot{\theta}_1\,e^{i(\theta_1+\frac{\pi}{2})}+\overline{AB}\,\dot{\theta}_2\,e^{i(\theta_2+\frac{\pi}{2})}$$

$$\begin{cases} v_{Bx}=-\overline{AO}\,\dot{\theta}_1\sin\theta_1-\overline{AB}\,\dot{\theta}_2\sin\theta_2 \\ v_{By}=\overline{AO}\,\dot{\theta}_1\cos\theta_1+\overline{AB}\,\dot{\theta}_2\cos\theta_2 \end{cases}$$

IL SISTEMA RISULTANTE, FISSATA LA POSIZIONE (E QUANTITÀ NOTE), È LINEARE (PER LA VELOCITÀ)

$\Rightarrow$ LA SOLUZIONE SARÀ UNICA

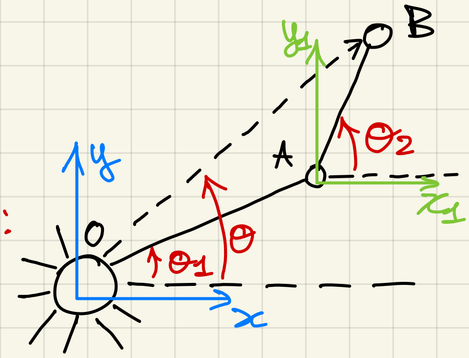
SI POTEVA RISOLVERE ANCHE CON IL TEOREMA DEI MOTI RELATIVI (CON OPPORTUNA SCELTA) E CON IL TEOREMA DI RIVALS:

$$\vec{v}_B=\vec{v}_A+\vec{\omega}_{BA}\wedge(B-A)$$

$$\vec{v}_A=\underbrace{\cancel{\vec{v}_O}}_{\text{FERMO A TERRA}}+\vec{\omega}_{AO}\wedge(A-O)$$

CORRISPONDE A QUANTO SCRITTO PRIMA COME "SOMMA DI MOTI CIRCOLARI"

EQUIVALENTE A TERNA MOBILE SU A:



IN ACCELERAZIONE:

$$\ddot{\overline{BO}}\, e^{i\theta} + 2\dot{\overline{BO}}\,\dot\theta\, e^{i(\theta+\frac{\pi}{2})} + \overline{BO}\,\dot\theta\, e^{i(\theta+\frac{\pi}{2})} + \overline{BO}\,\dot\theta^2 e^{i(\theta+\pi)} =$$

$$= \overline{AO}\,\ddot\theta_1\, e^{i(\theta+\frac{\pi}{2})} + \overline{AO}\,\dot\theta_1^2\, e^{i(\theta+\pi)} + \overline{AB}\,\ddot\theta_2\, e^{i(\theta_2+\frac{\pi}{2})} + \overline{AB}\,\dot\theta_2^2\, e^{i(\theta_2+\pi)}$$

$$\begin{cases} a_{Bx} = -\overline{AO}\,\ddot\theta_1 \operatorname{sen}\theta_1 - \overline{AO}\,\dot\theta_1^2\cos\theta_1 - \overline{AB}\theta_2 \operatorname{sen}\theta_2 - \overline{AB}\,\dot\theta_2^2\cos\theta_2 \\ a_{By} = +\overline{AO}\,\ddot\theta_1\cos\theta_1 - \overline{AO}\,\dot\theta_1^2 \operatorname{sen}\theta_1 + \overline{AB}\,\ddot\theta_2\cos\theta_2 - \overline{AB}\,\dot\theta_2^2 \operatorname{sen}\theta_2 \end{cases}$$

POSSO ANCHE QUI UTILIZZARE MOTI RELATIVI E RIVALS:

$$\vec{a}_B = \underbrace{\vec{a}_A} + \dot{\vec{\omega}}_{AB} \wedge (B-A) + \underbrace{\vec{\omega}_{AB} \wedge (\vec{\omega}_{AB} \wedge (B-A))}_{= -\omega_{AB}^2 (B-A)}$$

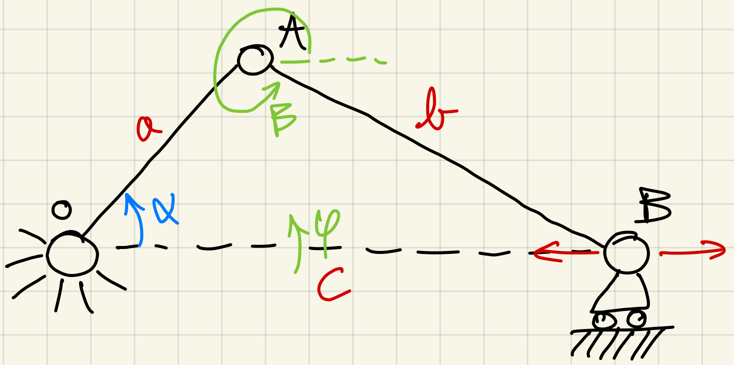
$$\vec{a}_A = \dot{\vec{\omega}}_{OA} \wedge (A-O) + \vec{\omega}_{OA} \wedge (\vec{\omega}_{BA}(A-O))$$

CATENE CINEMATICHE CHIUSE: IMPOSTAZIONI

ABBIAMO VISTO COME IMPOSTARE IL PROBLEMA PER LE CATENE APERTE CON LO SCARA

POSSO RAPPRESENTARE IL SISTEMA COME COMPLESSO DI EQUAZIONI VETTORIALI CHE "MI RICONDUCONO ALL'INIZIO/TERRA"

ES: MANOVELLISMO CENTRATO (DEVIATO SE L'ASSE DI MOVIMENTO NON PASSA PER L'ORIGINE)



POSSO ANCORA SCRIVERE:

$$\underbrace{(B-O)}_{} = (A-O) + (B-A)$$

MA ORA NON È LIBERO, MA VINCOLATO DAL CARRELLO

PRENDE ORA IL NOME DI "PERCORSO DI CHIUSURA"

È COME SE AVESSI DUE VINCOLI DALLE DUE PARTI DELL'EQ.

$\Rightarrow c\, e^{i\varphi} = a\, e^{i\alpha} + b\, e^{i\beta}$ HO DEI VINCOLI ADDIZIONALI

RISPETTO A PRIMA!

$$\begin{cases} c = a\cos\alpha + b\cos\beta \\ 0 = a\,\mathrm{sen}\,\alpha + b\,\mathrm{sen}\,\beta \end{cases}$$

IN QUESTO CASO, γ cost, c, α, β VARIABILI

ATTENZIONE: IL NUMERO DI INCOGNITE DEVE ESSERE 2! (QUALI DIPENDE DAL TESTO)

ATTENZIONE POI ALLA CONVENZIONE PER GLI ANGOLI! (NEL DISEGNO RISPETTO ASSE x)