

VINCOLI

EQUAZIONE MATEMATICA CHE LIMITA IL MOTO DI UN PUNTO O DI UN SISTEMA.

NOI TRATTEREMO:

- VINCOLI OLONOMI → MATEMATICAMENTE PUÒ ESSERE SCRITTO COME

$$f(x_1, x_2, \dots, t) = 0$$

“BLOCCA UNO O UNA COMBINAZIONE DI PUNTI”

- VINCOLI LISCI → PRODUCE REAZIONI VINCOLARI SOLO NELLA DIREZIONE DI AZIONE DEL VINCOLO

- VINCOLI BILATERI → IL MOVIMENTO È BLOCCATO NELLE DUE DIREZIONI (SOPRA/SOTTO, SINISTRA/DESTRA)

VINCOLI NOTEVOLI

1) INCASTRO: BLOCCA QUALSIASI MOVIMENTO PARTE CON 3 gdl -

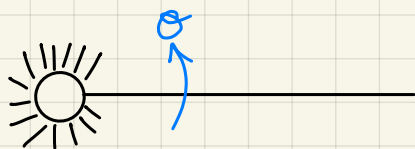
$$\text{HO } \frac{3 \text{ gdl}}{0 \text{ gdl RESIDUI}} =$$



VINCOLATO A TERRA (ANCHE ☀)

SE TRA DUE CORPI, IL MOVIMENTO È COMPLESSIVO

2) CERNIERA:



$$3 \text{ gdl} - 2 \text{ gdl} = 1 \text{ gdl}$$

BLOCCA LA TRASLAZIONE IN ENTRAMBE LE DIREZIONI DEL PUNTO DOV'È APPLICATA

LA ROTAZIONE È PERMESSA

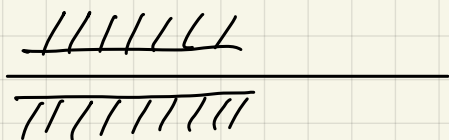
(RELATIVA O ASSOLUTA ANCHE QUESTA)

3) PATTINO



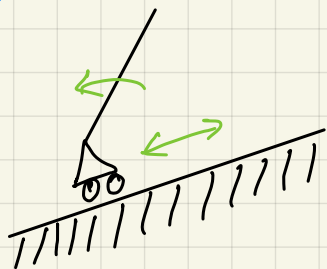
AMMESSO MOVIMENTO //, MA NON ⊥
ROTAZIONE NON AMMESSA
 $3 - 2 = 1 \text{ gdl}$

4) MANICOTTO:



←→ COME PRIMA

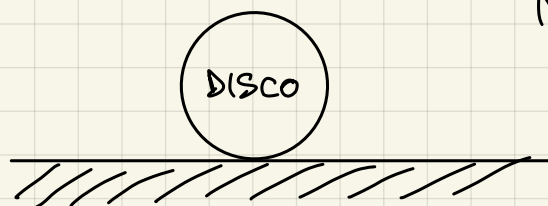
5) CARRELLINO:



BLOCCA LA TRASLAZIONE
ORTOGONALE AL PIANO DI
APPOGGIO

$$3 - 1 = 2 \text{ gdl}$$

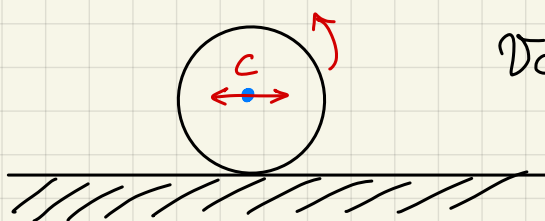
6) VINCOLO DI ROTOLAMENTO:



NON PUÒ SOLLEVARSI O PENETRARE

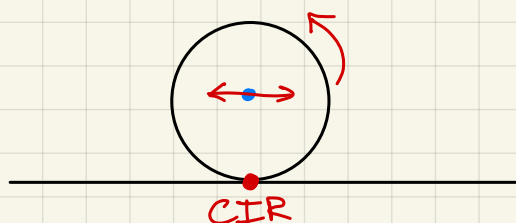
$$\downarrow \\ 1 \text{ gdl}$$

RISPETTO AL CENTRO, POSSO DIRE CHE NON È
AMMESSA LA TRASLAZIONE VERTICALE



$$v_{cy} = 0$$

7) DISCO CHE ROTOLA SENZA STRISCIARE ("MOTO DI ROTOLAMENTO PURO")



IL CIR NON PUÒ MUOVERSI IN
NESSUNA DIREZIONE

⇒ I MOVIMENTI DEL CENTRO E DEL DISCO NON
SONO PIÙ INDIPENDENTI



DISTANZA / = /

DETTA x_c LA DISTANZA,

$$\begin{cases} x_c = R\theta \\ y_c = \text{cost} \end{cases}$$

"QUANTO HA RUOTATO"

$$\Downarrow$$

$$2 \text{ g d v}$$

FACILMENTE RICAVO v E a E CON RIVALS OTTENGO CHE $v_{CIR} = 0$

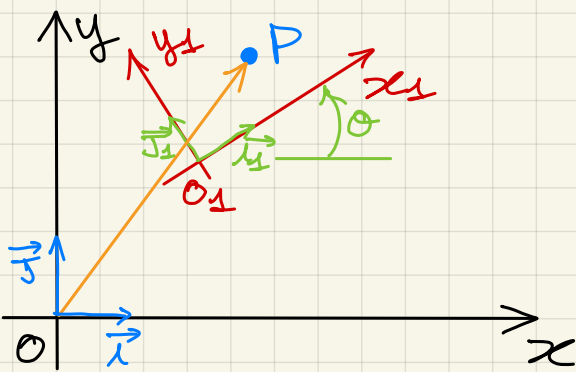
IL CIR IN GENERALE NON HA ACCELERAZIONE = 0!

$$\dot{x}_c = (\pm) R \dot{\theta} = R \omega$$

IN BASE AL VERSO

$$\ddot{x}_c = R \ddot{\theta}$$

TEOREMA DEI MOTI RELATIVI



P È IN MOTO RISPETTO AL SdR CHE CHIAMIAMO "TERNA FISSA"
VOGLIO SCOMPORRE IL MOTO IN UNA SOMMA DI CONTRIBUTI PIÙ SEMPLICI

TERNA O_1, x_1, y_1 È DETTA TERNA MOBILE, CHE VARIA NEL TEMPO

$$(P-O) = (O_1-O) + (P-O_1)$$

VEDREMO MOLTI TERMINI ORA, MA È GNERICA TIPICAMENTE, SCELTA SAGGIA DELLA TERNA!

SVILUPPIAMO IN TERMINI DI VELOCITÀ:

$$(P-O) = (O_1-O) + (P-O_1)$$

$$= x_0 \vec{x} + y_0 \vec{y} + x_{P1} \vec{x}_1 + y_{P1} \vec{y}_1$$

$$\vec{v}_P = \frac{d(P-O)}{dt} = \frac{d(O_1-O)}{dt} + \frac{d(P-O_1)}{dt} = \underbrace{\dot{x}_{O1} \vec{x} + \dot{y}_{O1} \vec{y}}_{\text{DEL CENTRO DELLA TERNA MOBILE RISPETTO FISSA}} + \dots$$

$$+ \underbrace{x_{P,1} \dot{\vec{u}}_1 + y_{P,1} \dot{\vec{v}}_1}_{\text{VELOCITÀ RELATIVA VEL. DI P RISPETTO ALLA TERNA MOBILE}} + x_{P,1} \underbrace{\frac{d\dot{\vec{u}}_1}{dt}}_{=\vec{\omega} \wedge \vec{u}_1} + y_{P,1} \underbrace{\frac{d\dot{\vec{v}}_1}{dt}}_{=\vec{\omega} \wedge \vec{v}_1} \quad \left. \begin{array}{l} \text{"REGOLA DI POISSON"} \\ \text{DISCENDE DA RIVALS PER IL CASO PIÙ GENERALE DA CUI DERIVA PER UN CORPO RIGIDO} \end{array} \right\}$$

$\vec{v}_{P,REL}$ (RISP. MOBILE)

$$\vec{v}_P = \dot{x}_{O,1} \vec{x} + \dot{y}_{O,1} \vec{y} + \underbrace{x_{P,1} \vec{\omega} \wedge \vec{u}_1 + y_{P,1} \vec{\omega} \wedge \vec{v}_1}_{\text{CON } \omega = \dot{\theta}} + \underbrace{\dot{x}_{P,1} \vec{u}_1 + \dot{y}_{P,1} \vec{v}_1}_{\vec{v}_{P,REL}} + \underbrace{\vec{\omega} (x_{P,1} \vec{u}_1 + y_{P,1} \vec{v}_1)}_{\vec{v}_{P,T}} + \underbrace{\vec{\omega} (P-O_1)}_{\vec{v}_{P,T}}$$

$\vec{v}_{P,T} \rightarrow$ VELOCITÀ DI TRASCINAMENTO
 $\Rightarrow$ RICORDA RIVALS: È LA VELOCITÀ CHE P AUREBBE SE FOSSE RIGIDAMENTE VINCOLATO ALLA TERNA MOBILE

PASSIAMO ALL'ACCELERAZIONE:

$$\vec{a}_P = \frac{d\vec{v}_P}{dt} = \underbrace{\ddot{x}_{O,1} \vec{x} + \ddot{y}_{O,1} \vec{y}}_{\text{ACC. } O_1 \text{ RISPETTO}} + \underbrace{\ddot{x}_{P,1} \vec{u}_1 + \ddot{y}_{P,1} \vec{v}_1}_{\substack{\vec{a}_{P,REL} \\ \text{ACC. DI P RISPETTO A TERNA MOBILE}}} + \dot{\vec{\omega}} \wedge (P-O_1) + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge (P-O_1)) + \dot{y}_{P,1} \vec{\omega} \wedge \vec{v}_1$$

$$\frac{d}{dt} (P-O_1) = \vec{\omega} \wedge (P-O_1) + \vec{v}_{P,REL}$$

RACCOLGO W:

$$\dots + \underbrace{\vec{\omega} \wedge (\dot{x}_{P,1} \vec{u}_1 + \dot{y}_{P,1} \vec{v}_1)}_{\vec{\omega} \wedge \vec{v}_{P,REL}}$$

$$\vec{a}_P = \underbrace{\ddot{x}_{O,1} \vec{x} + \ddot{y}_{O,1} \vec{y}}_{\vec{a}_{O,1}} + \underbrace{\ddot{x}_{P,1} \vec{u}_1 + \ddot{y}_{P,1} \vec{v}_1}_{\vec{a}_{P,REL}} + \underbrace{\dot{\vec{\omega}} \wedge (P-O_1) + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge (P-O_1))}_{\vec{a}_{P,T}} + \underbrace{2 \vec{\omega} \wedge \vec{v}_{P,REL}}_{\vec{a}_{P,C} \text{ (CORIOLIS)}}$$

$\vec{a}_{P,T} \rightarrow$ DA RIVALS, LOVEDO COME SE FOSSE RIGIDAMENTE VINCOLATO ALLA TERNA MOBILE