

24/02/2022

ACCELERAZIONE

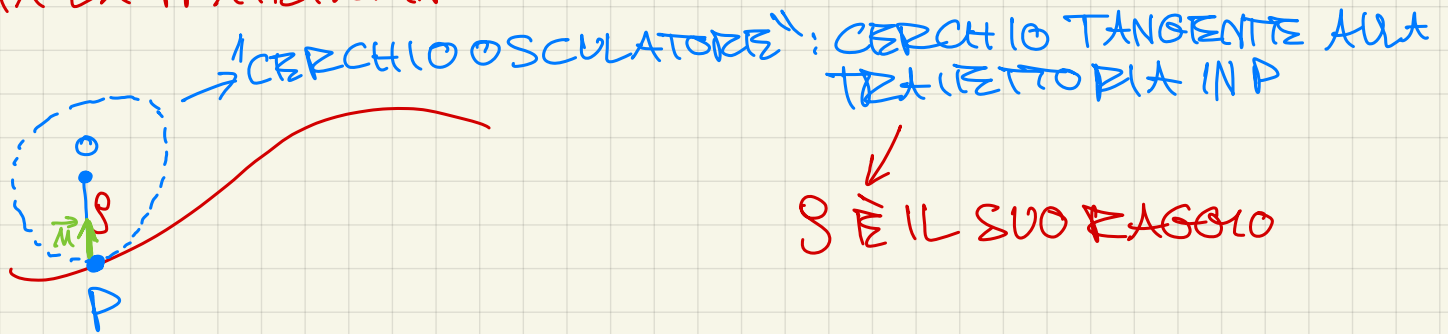
GRANDEZZA VETTORIALE:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\vec{P}(s(t))}{ds} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{ds}{dt} \frac{d\vec{P}}{ds} \right) = \frac{d}{dt} (\dot{s} \vec{t})$$

ENTRAMBEE CAMBIANO NEL TEMPO!

$$= \underbrace{\frac{d^2 s}{dt^2}}_{\ddot{s}} \frac{d\vec{P}}{ds} + \left(\frac{ds}{dt} \right)^2 \underbrace{\frac{d^2 \vec{P}}{ds^2}}_{\text{SÌ MOSTRA EQUIV. A } \frac{\vec{m}}{\rho}} = \ddot{s} \vec{t} + \dot{s}^2 \cdot \frac{\vec{m}}{\rho}$$

SIA LA TRAIETTORIA:



$\vec{m}$ VETTORE UNITARIO “NORMALE” CHE PUNTA VERSO IL CENTRO DI CURVATURA DELLA TRAIETT. IL CERCHIO CAMBIA ISTANTE PER ISTANTE

$$= \underbrace{\ddot{s} \vec{t}}_{\text{“MODULO”}} + \underbrace{\frac{\dot{s}^2}{\rho} \vec{m}}_{\text{“DIREZIONE”}}$$

↓
ACCELERAZ. TANGENZIALE

↓
ACCELERAZ. CENTRIPETA

$$\vec{P} = x_P \vec{i} + y_P \vec{j}$$

$$\vec{v} = \dot{x}_P \vec{i} + \dot{y}_P \vec{j}$$

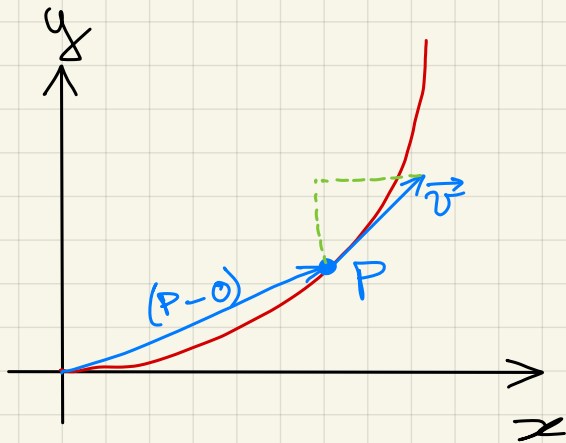
$$\vec{a} = \ddot{x}_P \vec{i} + \ddot{y}_P \vec{j}$$

$$\vec{P} = R e^{i\theta}$$

$$\vec{v} = \dot{R} e^{i\theta} + R \dot{\theta} e^{i(\theta + \frac{\pi}{2})}$$

$$\vec{a} = \ddot{R} e^{i\theta} + \dot{R} \dot{\theta} e^{i(\theta + \frac{\pi}{2})} \cdot 2 + R \ddot{\theta} e^{i(\theta + \frac{\pi}{2})} + R \dot{\theta}^2 e^{i(\theta + \pi)} = \ddot{R} e^{i\theta} + 2\dot{R}\dot{\theta} e^{i(\theta + \frac{\pi}{2})} + R\ddot{\theta} e^{i(\theta + \frac{\pi}{2})} - R\dot{\theta}^2 e^{i\theta}$$

"PORTO DENTRO i"



CONTRIBUTO $\parallel$ E $\perp$

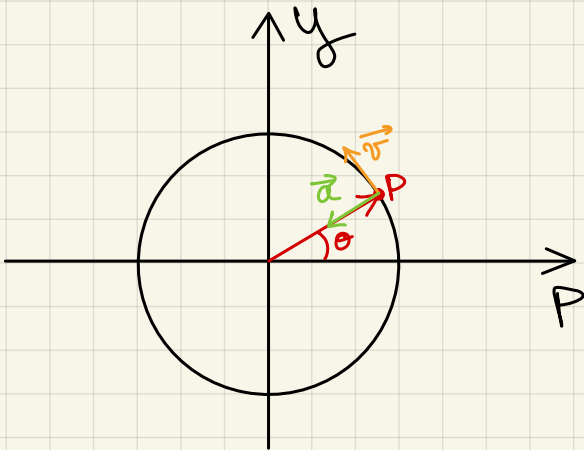
$$\vec{a} = \underbrace{\ddot{R} e^{i\theta}}_{\parallel \vec{P}} + \underbrace{2\dot{R}\dot{\theta} e^{i(\theta + \frac{\pi}{2})}}_{\text{"ACCELERAZ. DI CORIOLIS"}} + \underbrace{R\ddot{\theta} e^{i(\theta + \frac{\pi}{2})}}_{\text{RESPONSABILE DELL'ACC. ANGOLARE DEL VETTORE (P-O)}} + \underbrace{-R\dot{\theta}^2 e^{i\theta}}_{\text{CAMBIAMENTO DIREZ. VELOCITÀ}}$$

CONTRIBUTO DI ACCELERAZ. RISPETTO AD ALLONTANAMENTO DA ORIGINE

STESSA DIR. DEL TERMINE SEGUENTE, MA DOVUTO A PRESENZA DI VEL. ANGOLARE E TERMINE DI ALLONTANAMENTO CONTEMPORANEAMENTE

LA VELOCITÀ CAMBIA $\Rightarrow$ GIÀ SOLO PER IL FATTO CHE MI STO AVVICINANDO/ALLONTANANDO (GIOSTRA)

ES: MOTO CIRCOLARE UNIFORME



$$\vec{P} = R e^{i\theta} = R e^{i\omega t}$$

$$\vec{v} = R\omega e^{i(\omega t + \frac{\pi}{2})}$$

$$\vec{a} = R\omega^2 e^{i(\omega t + \pi)} = -R\omega^2 e^{i\omega t}$$

$$\vec{P} = x_P + i y_P$$

$$= R \cos \omega t + i R \sin \omega t$$

$$\vec{v} = \dot{x}_P + i \dot{y}_P =$$

$$= -R\omega \sin \omega t + i R\omega \cos \omega t$$

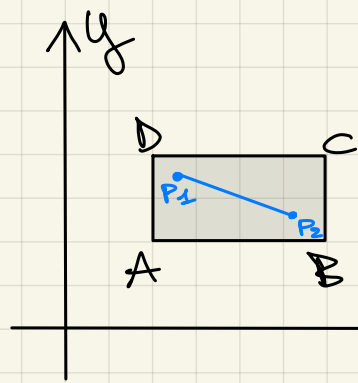
$$\vec{a} = \ddot{x}_P + i \ddot{y}_P =$$

$$= -R\omega^2 \cos \omega t - i R\omega^2 \sin \omega t$$

$$= -R\omega^2 (\cos(\omega t) + i \sin(\omega t))$$

MOTO DEL CORPO RIGIDO (NEL PIANO)

OGGETTO ORA DI DIMENSIONE FINITA



(NON NECESSARIAMENTE DI QUESTA FORMA)

NON TUTTE LE DEFORMAZIONI SONO AMMISSIBILI PER UN CORPO RIGIDO:

ISUOI POSSIBILI MOVIMENTI NEL PIANO SONO 3 (6 NELLO SPAZIO)

⇒ HO BISOGNO DI 3 INFORMAZIONI INDIPENDENTI
(CONCETTO DI "GRADI DI LIBERTÀ")

⇒ PER DESCRIVERLO MATEMATICAMENTE HO BISOGNO DI 3 VARIABILI INDIPENDENTI

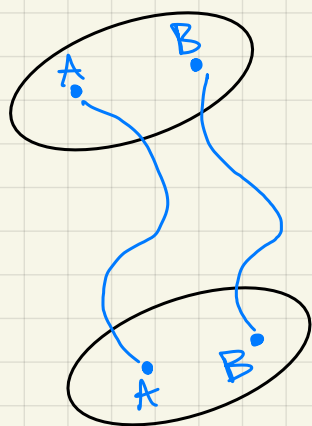
NEL PIANO, PER IL CORPO RIGIDO, LE 3 VARIABILI DERIVANO DALLE TRASLAZIONI LUNGO GLI ASSI ORTOGONALI E LA ROTAZIONE ATTORNO ALL'ASSE CHE CARATTERIZZA IL PIANO (USCENTE/ENTRANTE).

LA ROTAZIONE È NELLA DIREZIONE DATA DALLA REGOLA DEL CAVATAPPI

UN CORPO È UN CORPO RIGIDO QUANDO, PRESI DUE PUNTI QUALSIASI, LA DISTANZA TRA LORO È SEMPRE COSTANTE ⇒ "FORMA E DIMENSIONE DEL CORPO NON VARIA"

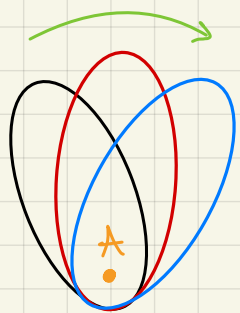
NELLA REALTÀ È UN MODELLO ALMENO VEROSIMILE

TRASLAZIONE



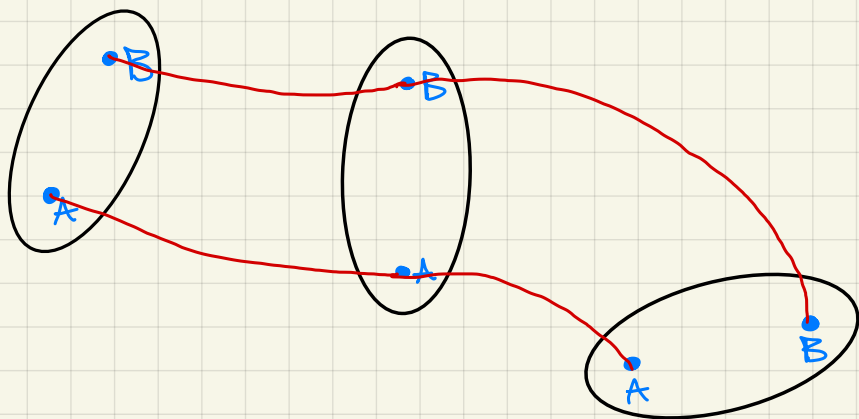
L'ORIENTAZIONE DEL CORPO NON VARIA
LA VELOCITÀ DI TUTTI I PUNTI È UGUALE

ROTAZIONE



IL PUNTO A NON SI MUOVE (SOLO LUI)
LA VELOCITÀ DEI PUNTI È DIVERSA
PER OGNI PUNTO
NON È NECESSARIO CHE A SIA SUL CORPO

ROTO TRASLAZIONE

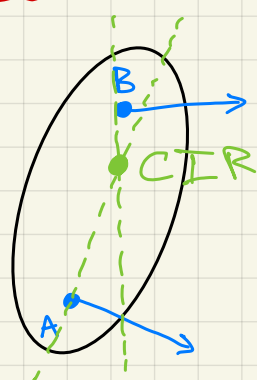


distanza(A, B)
DEVE RIMANERE
CONSTANTE

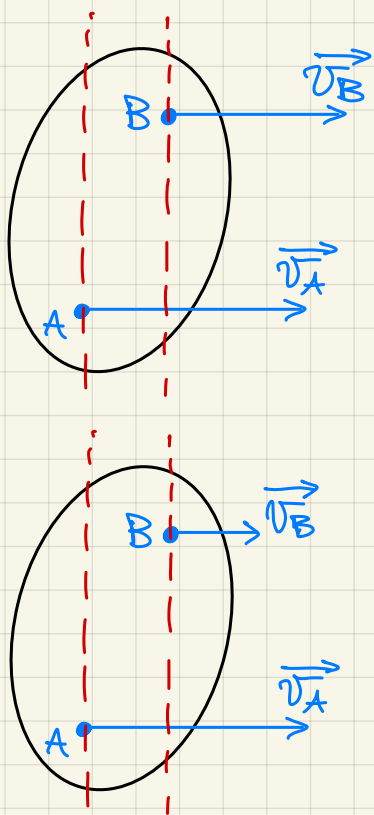
MOTO INFINITESIMO (ATTO DI MOTO): PER UN DATO
ISTANTE, TUTTI I MOTI DI UN CORPO RIGIDO POSSONO
ESSERE DESCRITTI CON UN ATTO DI MOTO DI
PURA ROTAZIONE: ESISTE SEMPRE UN PUNTO
A VELOCITÀ NULLA, PER UN DATO ISTANTE.
TALE PUNTO È DETTO CENTRO DI INSTANTANEA
ROTAZIONE (C.I.R.)

MATEMATICAMENTE, IL CASO DELLA PURA
TRASLAZIONE AVVIENE ATTORNO A UN PUNTO A
DISTANZA INFINITA.

COME LO TROVO?



LA VELOCITÀ DI A SARÀ PERPENDICOLARE
ALLA CONGIUNGENTE CON IL C.I.R.,
LO STESSO PER B
⇒ IL CIR È L'INTERSEZIONE

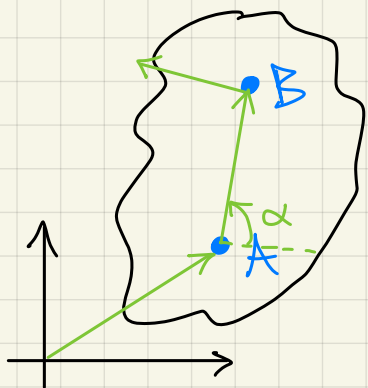


$\vec{v}_A = \vec{v}_B \Rightarrow$ IL CIR È RISPETTO A UN MOTO CIRCOLARE DI RAGGIO INFINITO

QUESTO NON È IL MOTO DI UN CORPO RIGIDO!
(LO STESSO CON ALTRE VARIAZIONI DI MODULO, DIREZIONE E VERSO)

TEOREMA DI RIVALS

SE CONOSCO 3 INFORMAZIONI INDIPENDENTI: LA VELOCITÀ DI UN PUNTO DEL CORPO RIGIDO E LA VELOCITÀ ANGOLARE DEL CORPO RIGIDO, POSSO RICAUARE LA VELOCITÀ DI QUALSIASI ALTRO PUNTO DEL CORPO



CONOSCO r , v E α DI A
E CONOSCO ω E $\dot{\omega}$ DEL CORPO, POSSO RICAUARE v E a

PER LE VELOCITÀ:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \wedge (\vec{B} - \vec{A})$$

PRODOTTO VETTORIALE
TERMINE DOVUTO
A "MOTO CIRCOLARE" DI
B INTORNO AD A

IN TERMINI VETTORIALI

$$(\vec{B} - \vec{O}) = (\vec{A} - \vec{O}) + (\vec{B} - \vec{A})$$

$$(\vec{B} - \vec{O}) = (\vec{A} - \vec{O}) + \overline{BA} e^{i\alpha}$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{BA} \dot{\alpha} e^{i(\alpha + \frac{\pi}{2})}$$

RISPETTO AL CIR:

$$\vec{v}_B = \cancel{\vec{v}_{CIR}} + \vec{\omega} \wedge (\vec{B} - \text{CIR})$$

⊙

PER L'ACCELERAZIONE:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \underbrace{\vec{\omega} \wedge (\vec{B} - \vec{A})}_{\text{"ACC. TANGENZ."}} + \underbrace{\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge (\vec{B} - \vec{A}))}_{\text{CENTRIFUGA}}$$

E COME PRIMA:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{BA} \ddot{\alpha} e^{i(\alpha + \frac{\pi}{2})} + \vec{BA} \dot{\alpha}^2 e^{i(\alpha + \pi)}$$