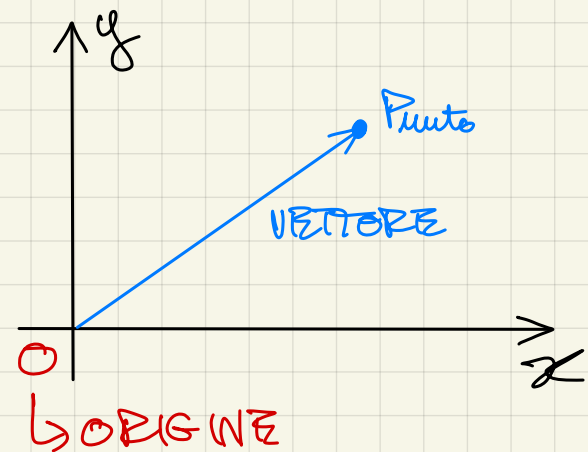


CINEMATICA DEL PUNTO

CINEMATICA: STUDIO DEL MOTO E NON DELLE SUE CAUSE

- PUNTO (PARTICELLA DI DIMENSIONI INFINITESIME)
NON ESISTENTE IN REALTÀ MA BUON MODELLO
PER SISTEMI COMPLESSI

IN QUESTO CORSO TRATTIAMO IL MOTO DEL SOLO PIANO (2D)
IL MOTO NON È ASSOLUTO MA È RIFERITO AD UN SISTEMA DI RIFERIMENTO:



CAMBIARE IL SDR VUOL DIRE CAMBIARE LA RAPPRESENTAZ.

$$\begin{bmatrix} \vec{P} \\ P \\ P \\ P \end{bmatrix} \text{ VETTORE}$$

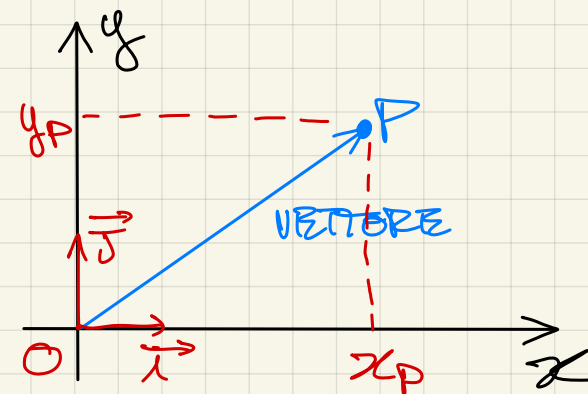
SPECIFICARLO!

COME RAPPRESENTIAMO P?

$$\vec{P} = (P - O)$$

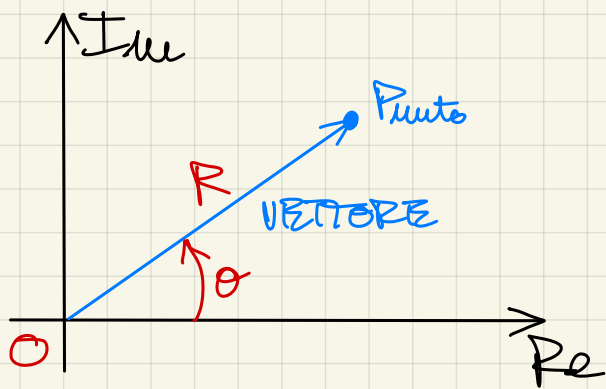
COORDINATE CARTESIANE:

INTRODUCIAMO



$$\vec{P} = x_P \vec{i} + y_P \vec{j}$$

PIANO IMMAGINARIO:



$$\vec{P} = x_p + i y_p$$

$i = \sqrt{-1}$ UNITÀ IMMAGINARIA

COMODA PER COORD. POLARI:

$\theta \rightarrow$ "ANOMALIA" (SEMPRE DEFINITO A PARTIRE DALL'ASSE x POSITIVO)

(MEDESIMA CONVENZIONE!)

$$\begin{cases} x_p = R \cos \theta \\ y_p = R \sin \theta \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{x_p^2 + y_p^2} \quad \theta = \arctan \frac{y_p}{x_p}$$

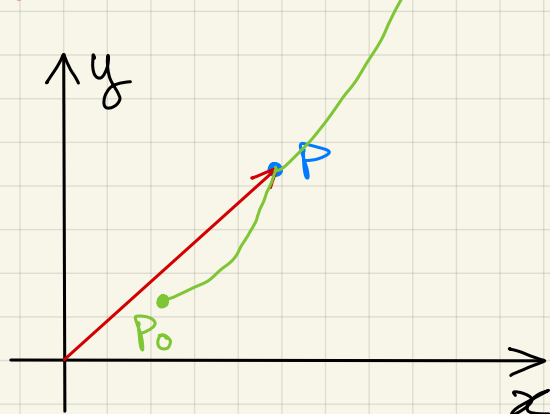
MODULO VETT. POSIZIONE
ANGOLO
(CON L'arctan È MENO PRECISA)

REGOLA DI EULERO:

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$

$$\Rightarrow \vec{P} = R e^{i\theta}$$

SPOSTAMENTO:



$$\begin{cases} x_p = x_p(t) \\ y_p = y_p(t) \end{cases} \quad (\text{VARIANO DUNQUE ANCHE } R \text{ E } \theta)$$

TRAIETTORIA:

$y_p(x_p)$ SEQUENZA DEI PUNTI TOCCATI DAL PUNTO (FUNZIONE, NON DIPENDE DA t) ("PERCORSO")

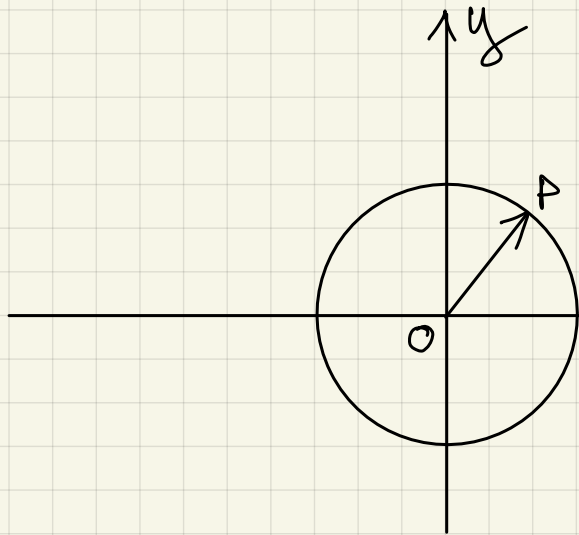
ASCISSA CURVILINEA: (O "LEGGE DI MOTO")

$s = s(t)$ DISTANZA PERCORSA DAL PUNTO
SCALARE LUNGO LA TRAIETTORIA

VEETTORE POSIZIONE:

$$\vec{P} = \vec{P}(s(t)) \quad (\text{"P CAMBIA IN FUNZIONE DI COME MI SPOSTO"})$$

ES: MOTO CIRCOLARE UNIFORME



$$\vec{P} = \begin{cases} x_P = R \cos \theta \\ y_P = R \sin \theta \end{cases}$$

θ VARIA IN FUNZIONE DI t

$$\Rightarrow \vec{P} = \begin{cases} x_P = R \cos(\omega t) \\ y_P = R \sin(\omega t) \end{cases}$$

ω VELOCITÀ ANGOLARE
 $\downarrow$
MCU $\Rightarrow$ cost

$$\vec{P} = R e^{i\theta} = R e^{i\omega t}$$

$\omega, R = \text{costanti}$

TRAJETTORIA: $y_P^2 = R^2 - x_P^2$

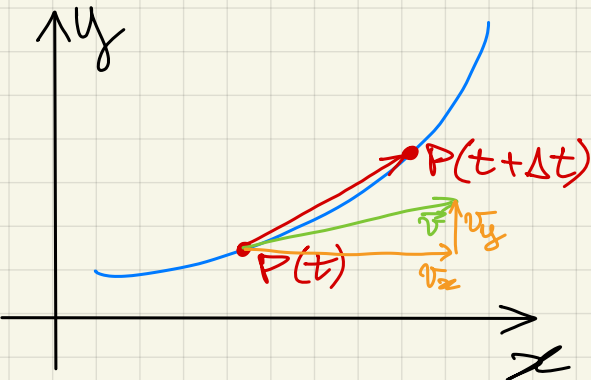
$s = R\omega t$ "QUANTA STRADA HO PERCORSO PER t "

VELOCITÀ

GRANDEZZA VETTORIALE (DOTATA DI MOD., DIR., VERSO)

$\rightarrow$ VETTORE POSIZIONE

$$\vec{v} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{P}(t+\Delta t) - \vec{P}(t)}{\Delta t}$$



$$\vec{v} = \frac{d}{dt} (\vec{P}(s(t))) = \frac{d\vec{P}}{ds} \cdot \frac{ds}{dt}$$

$\dot{s}$ DERIVATA PRIMA

QUINDI, RAPPRESENTA LA VARIAZIONE NEL TEMPO DELL'ASSCISA CURVILINEA

$$\frac{d\vec{P}}{ds} = \lim_{\substack{\Delta t \rightarrow 0 \\ \Delta s \rightarrow 0}} \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta s} = \vec{t} \cdot \boxed{1}$$

$\vec{t}$ VETTORE TANGENTE

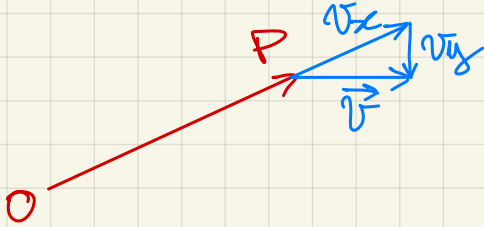
QUANTO PIÙ VICINI, TANTO PIÙ TENDONO A COINCIDERE
 $\rightarrow$ MODULO 1 PERCHÉ TENDENTI A COINCIDERE

$$\vec{P} = x_p + i y_p = R e^{i\theta}$$

$$\vec{V} = \dot{x}_p + i \dot{y}_p = \dot{R} e^{i\theta} + R \dot{\theta} i e^{i\theta} = \dot{R} e^{i\theta} + R \dot{\theta} e^{i(\theta + \frac{\pi}{2})}$$

DERIVATA
PRODOTTO

SIAMOTO:
UN COMPLESSO
MOLTIPLICATO
PER i È LO STESSO
RUOTATO DI 90°
NEL PIANO COMPLESSO



$$\vec{V} = \underbrace{\dot{R} e^{i\theta}}_{\text{CONTRIB. DI "ALLONTANAM." DALL'ORIGINE}} + \underbrace{R \dot{\theta} e^{i(\theta + \frac{\pi}{2})}}_{\text{CONTRIBUTO DI ROTAZIONE}}$$

È COMPLETO PERCHÉ DUE COMPONENTI PERPENDICOLARI TRA LORO

$$\vec{V}_P = \begin{cases} \vec{V}_{Px} = \dot{R} \cos \theta - R \dot{\theta} \sin \theta \\ \vec{V}_{Py} = \dot{R} \sin \theta + R \dot{\theta} \cos \theta \end{cases}$$

TORNANDO AL CASO DEL MOTO CIRCOLARE:
(DERIVANDO, E CORDINATO $R, \omega \cos t$)

$$\vec{P} = \begin{cases} P_x = R \cos(\omega t) \\ P_y = R \sin(\omega t) \end{cases} = R e^{i\omega t}$$

$$\vec{V}_P = \underbrace{R \omega}_{\text{MODULO}} e^{i(\omega t + \frac{\pi}{2})}$$

$$\begin{cases} V_x = -R \omega \sin(\omega t) \\ V_y = R \omega \cos(\omega t) \end{cases}$$

$$\vec{V}_P = \vec{V}_{Px} + i \vec{V}_{Py} = \vec{V}_{Px} \vec{i} + \vec{V}_{Py} \vec{j} = R \omega (-\sin(\omega t) + i \cos(\omega t))$$

$\vec{T} \rightarrow$ PERPENDICOLARE
 $\times \vec{V}$

